1. 試驗單位、因子、處方、反應變數

2. Ex 2.1: 某工廠想瞭解 4 部機器之性能,因此做了一系列之觀察，結果如下：

機器	A	B	C	D
產	10	14	17	12
	15	18	16	15
	8	21	14	17
	12	15	15	15
量	15		17	16
			15	15
			18	

馬上想到一問題:4 部機器之性能(平均產量)是否有顯著之差異？如何做？採用變異數分析法。

3. (暖身)變異數分析的方法係將平均數的總變異，按其來源予以分解。

總差異(離差)=處理方式差異+殘差

$$X_{ij}-\overline{\overline{X}}=(\overline{X}_j-\overline{\overline{X}})+(X_{ij}-\overline{X}_j)$$

將上式兩邊取平方和

總變異=處理方式的變異(組間變異)+殘差變異

$$\sum_{j}^{k}\sum_{i}^{n_j}(X_{ij}-\overline{\overline{X}})^2=\sum_{j}^{k}n_j(\overline{X}_j-\overline{\overline{X}})^2+\sum_{j}^{k}\sum_{i}^{n_j}(X_{ij}-\overline{X}_j)^2$$

$$=\sum_{j}^{k}n_j(\overline{X}_j-\overline{\overline{X}})^2+\sum_{j}^{k}(n_j-1)S_j^2$$

SST(總平方和)=組間平方和(SSB or SSF)+殘差(SSE)

以例 2.1 而言：

$$\text{SST}=\sum_{j}^{4}\sum_{i}^{n_j}(X_{ij}-\overline{\overline{X}})^2=162$$

$$\text{SSB}=\sum_{j}^{4}n_j(\overline{X}_j-\overline{\overline{X}})^2=5(-3)^2+4(2)^2+7(1)^2+6(0)^2=68$$

$$\text{SSE}=\sum_{j}^{4}\sum_{i}^{n_j}(X_{ij}-\overline{X}_j)^2=94$$

注意：各變異的自由度：df(SST)=n-1, df(SSB)=k-1, d(SSE)=n-k

定義：組間變異數(均方)MSB=SSB/df(SSB)=S_B^2, 殘差均方

MSE=SSE/df(SSE)=S_E^2。

4. 變異數分析的基本假設

1）每個反應變數的母體均為常態分配

$$X_{ij}\sim N(\mu_j,\sigma_j),\quad j=1,2,3...,k$$

2）每個母體的變異數均相等(但未知)

$$\sigma_1=\sigma_2=....=\sigma_k=\sigma$$

3）抽自各母體的各組隨機樣本互為獨立

5. 變異數分析的統計推論

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$

根據 ANOVA 的邏輯假設：在 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k$ 成立之下，S_B^2 與 S_E^2 皆為 σ^2 的不偏估計式；另一方面，若 H_0 :不成立，則 S_B^2 高估 σ^2，而 S_E^2 仍為 σ^2 的不偏估計式。換句話說，S_B^2 / S_E^2 愈大則表示 H_0 不成立的機會愈大。

6. $S_B^2 / S_E^2 = F(k-1, n-k)$ 很自然做為檢定統計量，決策法則為:若 $F > F_\alpha$ 則拒絕 H_0；反之，接受 H_0。

7. ANOVA 表

變異來源	平方和	自由度	均方	F-比值
處理方式	SSB	k-1	MSB	MSB/MSE
殘差	SSE	n-k	MSE	
總和	SST	n-1		

ex7.1: 試就 ex2.1，比較 4 部機器產量的料，建立 ANOVA 表，並在 $\alpha = 0.05$ 水準下，檢定 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$。

變異來源	平方和	自由度	均方	F-比值
處理方式	68	3	22.67	4.34
殘差	94	18	5.22	
總和	162	21		

ex7.2:一項統計測驗中，某班級的 25 位男生與 25 位女生之成績如下：

	男	女
平均數	68.36	65.52
標準差	16.97	16.15
樣本數	25	25

假設男、女生的成績成常態分配，且兩母體變異數相等(但未知)；請問男女生成績的平均數是否相等($\alpha = 0.05$)